AEG TELEFUNKEN

**Informations-
technik**

Analogrechner

Demonstrationsbeispiel Nr.5

Ball im Kasten

Ein Ball (elastischer Körper) wird mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit v_o in einen Kasten geworfen. Der Vorgang wird als ebenes Problem betrachtet.

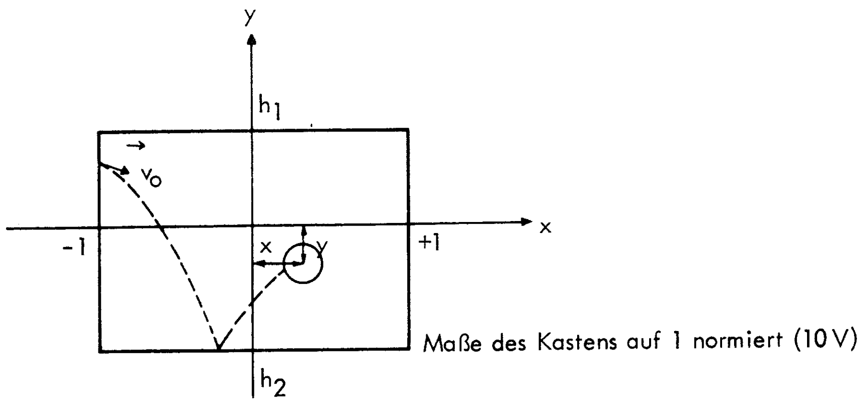


Bild 1: Form des Kastens

Die Anfangsgeschwindigkeit setzt sich aus den Komponenten v_{ox} und v_{oy} zusammen. Innerhalb des Kastens wirkt auf den Ball die Gravitation g als konstante Beschleunigung in negativer y-Richtung; dadurch hat der Ball das Bestreben, im Kasten nach unten zu fallen. Sobald der Ball den Boden oder eine Seitenwand des Kastens erreicht, wird er durch einen elastischen Stoß wieder zurückgeworfen. Falls die Anfangsgeschwindigkeit so groß ist, daß der Ball den Kastendeckel berührt, wird er auch dort zurückgeworfen. Infolge der Luftreibung wirkt auf den Ball noch eine Dämpfung, die der jeweiligen Bewegungsrichtung entgegengerichtet ist und die dafür sorgt, daß der Körper schließlich zur Ruhe kommt.

Aufbau der Schaltung

Die Bewegungen in x- und in y-Richtung werden getrennt erzeugt. Zur Darstellung der Ballform eignet sich eine schnelle Kreisbewegung, so daß als stehendes Bild ein Kreis entsteht. Die Komponenten des Kreises in x- und y-Richtung werden der jeweiligen x-y-Position des Körpers überlagert. Dadurch ändert der Kreis seine Position entsprechend der obengenannten Bewegung des Körpers.

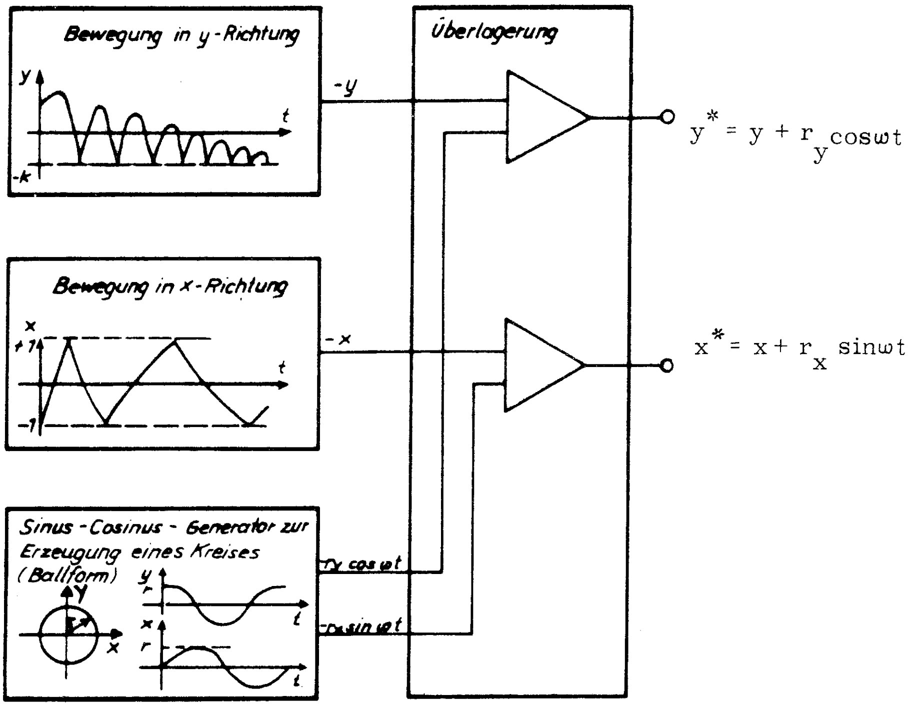


Bild 2: Aufbau der Schaltung

Bewegung in y-Richtung

Die Bewegung in y-Richtung läßt sich durch folgende Gleichungen beschreiben:

Weg: $y = \int v_y dt + y_o$

Geschwindigkeit: $v_y = \int b_y dt + v_{oy}$

mit Beschleunigung $b_y = -g + dv_y + \frac{c}{m}(|y| - h_2)$ für $y < h_2$

bzw. $b_y = -\underbrace{g}_{\text{Gravitation}} + \underbrace{dv_y}_{\text{Dämpfung}} \underbrace{- \frac{c}{m}(y - h_1)}_{\text{elast. Stoß}}$ für $y > h_1$

Dabei wurde zur Vereinfachung der Schaltung die Dämpfung als Näherung proportional der Geschwindigkeit angenommen.

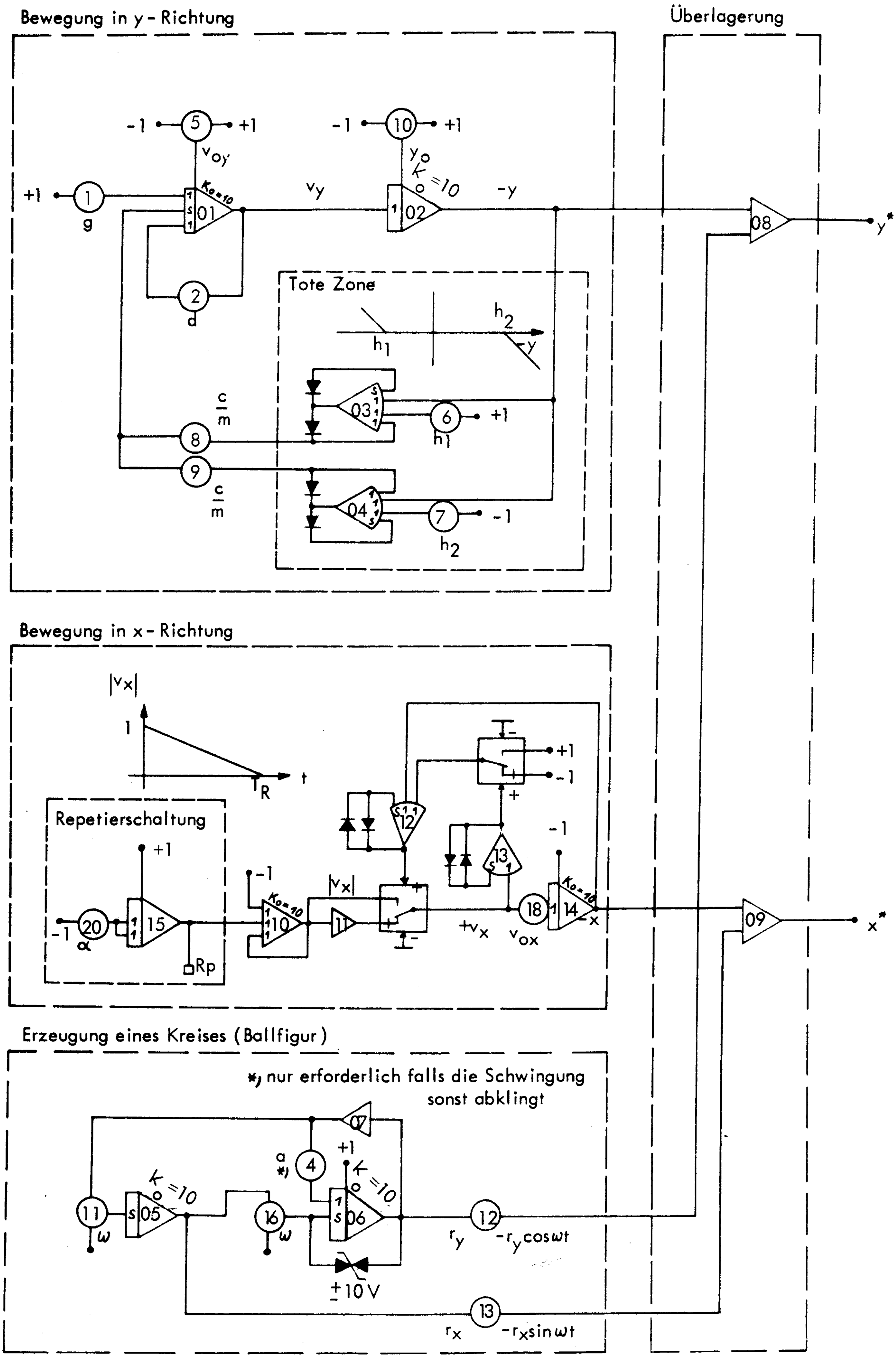
Die Beschleunigungsänderung durch den elastischen Stoß ist in obiger Schaltung für $y < h_2$ (bzw. $y > h_1$) der Differenz $y - h_2$ (bzw. $y - h_1$) proportional angenommen. Die Größe dieser Differenz entspricht der elastischen Verformung des Körpers und des Kastenbodens (bzw. Deckels). Damit diese Beschleunigung bei geringer elastischer Verformung möglichst groß ist, wurde in der Schaltung die entsprechende Größe hinter einem Potentiometer ohne weiteren Eingangswiderstand unmittelbar auf den Summenpunkt des entsprechenden Integrierers geführt.

Bewegung in x-Richtung

Für die Bewegung des Balles in x-Richtung wurde für die Schaltung als Näherung angenommen, daß der Betrag der Geschwindigkeit linear mit der Zeit abnimmt. Die Schaltung ist so ausgelegt, daß die Geschwindigkeit v_x am Ende der Repetierzeit gleich Null ist. Die Integration der Geschwindigkeit ergibt den Weg x. Jedesmal, wenn $|x| = 1$, wird die Polarität von v_x durch eine Komparatorschaltung umgekehrt, wodurch sich auch die Richtung der Bewegung x ändert. Dadurch bewegt sich der Körper nur zwischen den Grenzen $x = -1$ und $x = +1$.

Erzeugung eines Kreises als Ballfigur

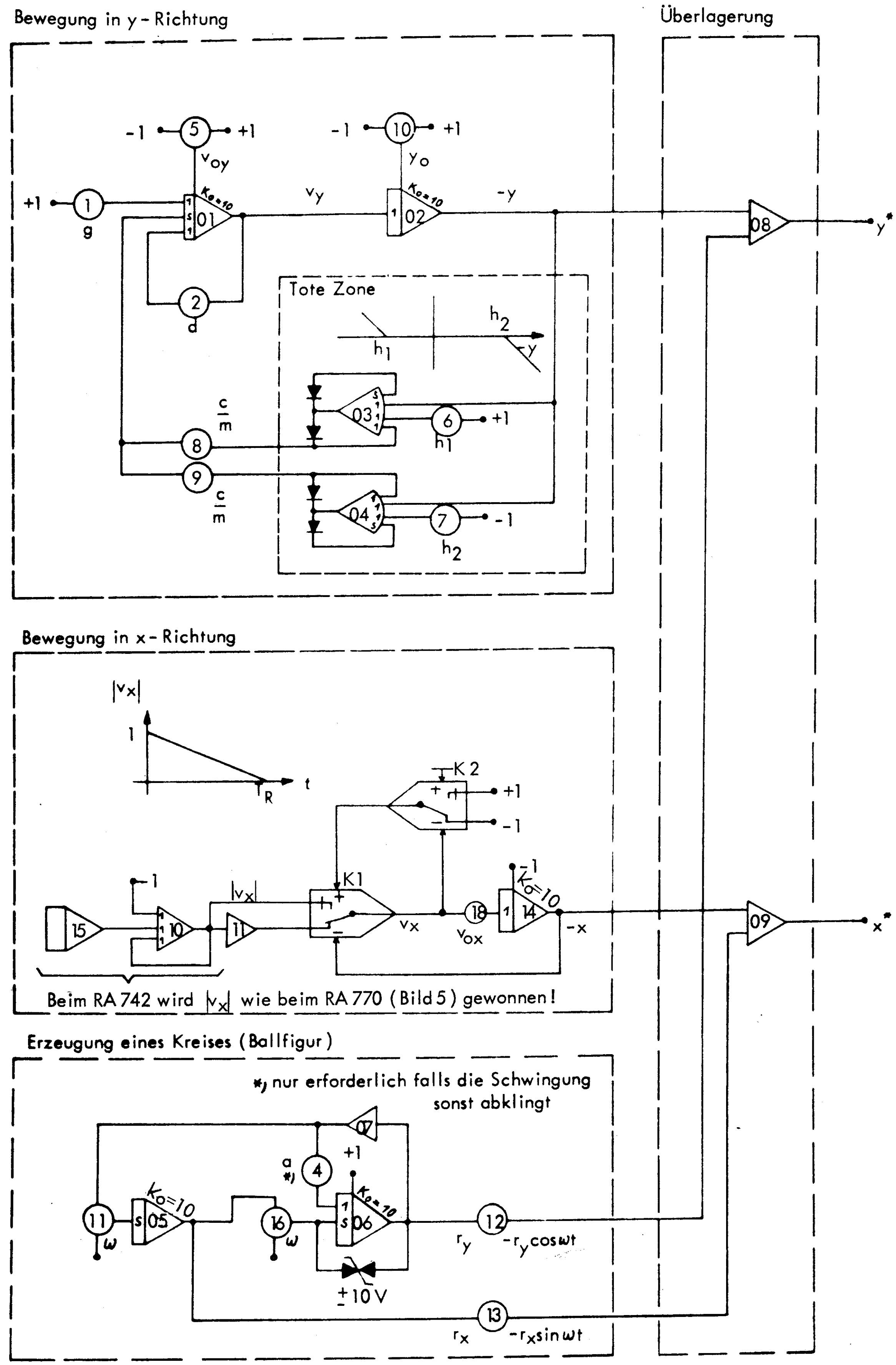
Die x-y-Komponenten des Kreises werden mit Hilfe eines Sinus-Cosinus-Generators gewonnen, dessen Frequenz so groß sein muß, daß sich damit auf einem Oszillographen das stehende Bild eines Kreises darstellen läßt; dies erreicht man durch eine entsprechend hohe Integrationsgeschwindigkeit des betreffenden Integrierers (k_{max}). Ein eventuelles Abklingen der Schwingung vermeidet man durch eine schwache Anfachung. Das Aufklingen der Schwingung wird durch eine Begrenzung der Amplitude des zweiten Integrierers auf ± 10 V verhindert. (Als Gegenkopplung zwei Zenerdioden gegeneinander in Reihe geschaltet).



g = Gravitationsbeschleunigung, v_{oy} = Anfangsgeschwindigkeit, y_o = Anfangsposition

$v_y = \int b_y \, dt + v_{oy}$, $y = \int v_y \, dt + y_o$, h_1 = Kastenhöhe über $y=0$, h_2 = Kastentiefe unter $y=0$

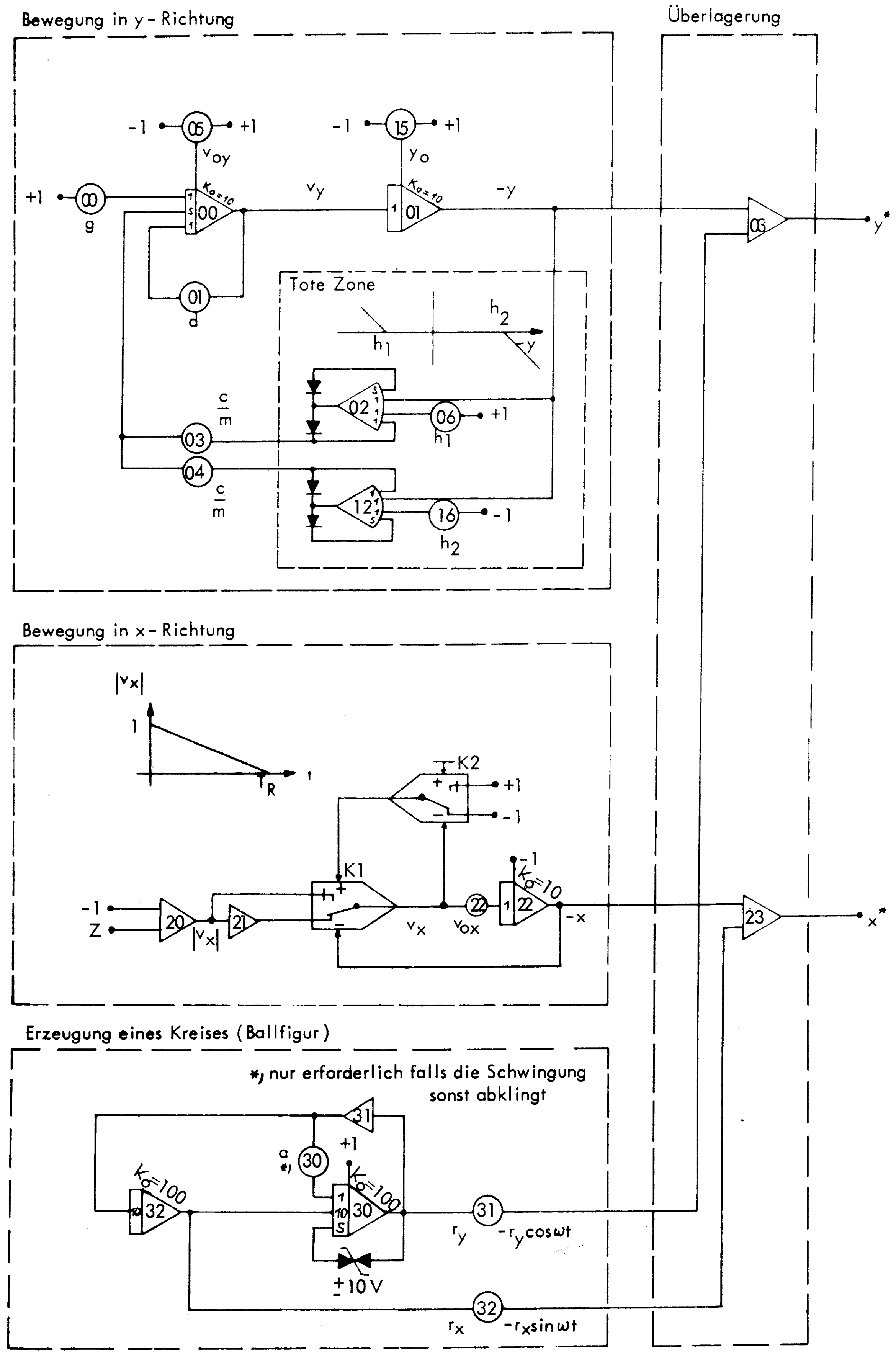
Bild 3: Schaltung für RAT 700



g = Gravitationsbeschleunigung, v_{oy} = Anfangsgeschwindigkeit, y_o = Anfangsposition

$v_y = \int b_y\, dt + v_{oy}$, $y = \int v_y\, dt + y_o$, h_1 = Kastenhöhe über $y=0$, h_2 = Kastentiefe unter $y=0$

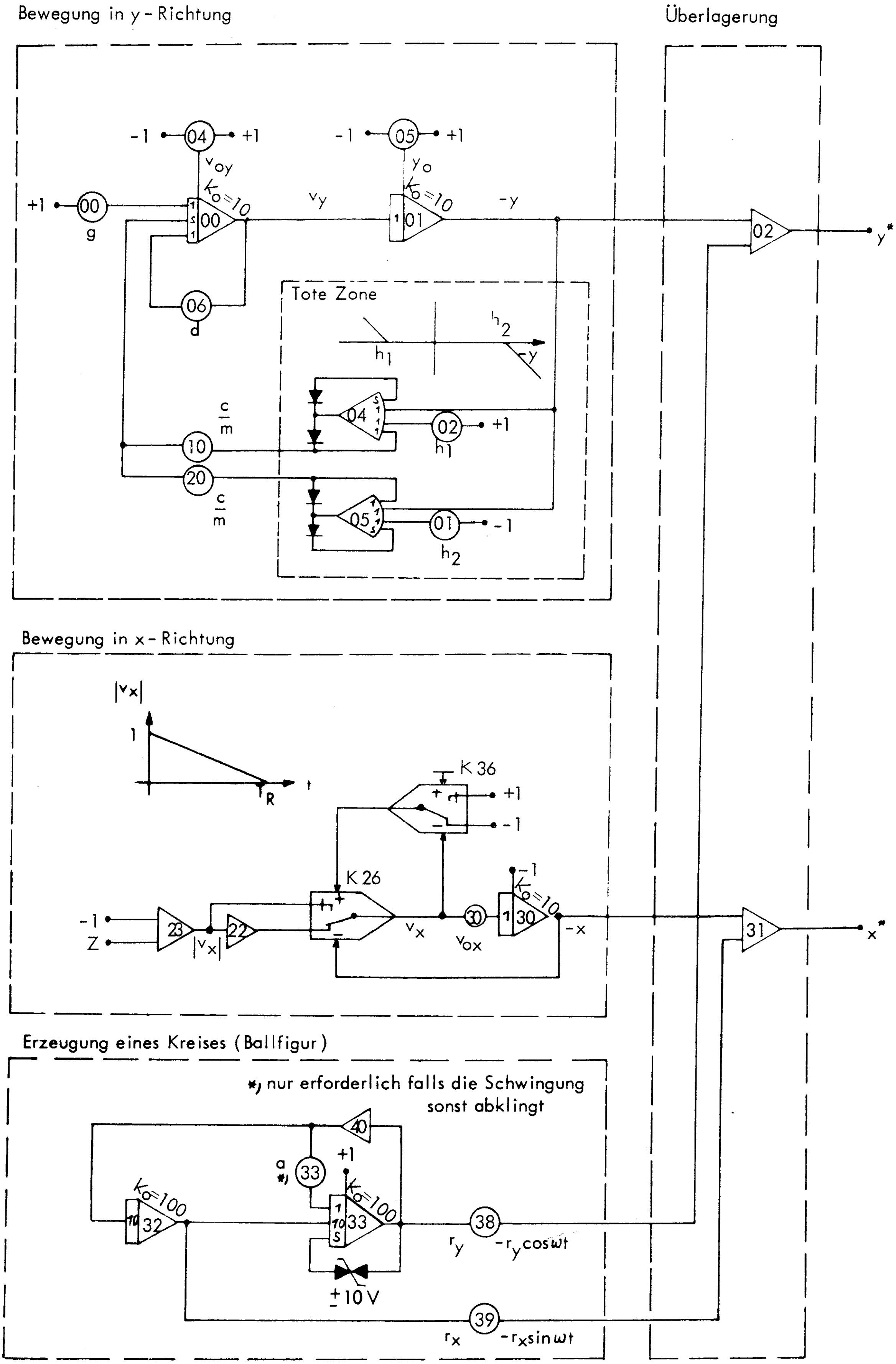
Bild 4: Schaltung für RA 741 und RA 742



g = Gravitationsbeschleunigung, v_{oy} = Anfangsgeschwindigkeit, y_o = Anfangsposition

$v_y = \int b_y \, dt + v_{oy}$, $y = \int v_y \, dt + y_o$, h_1 = Kastenhöhe über $y = 0$, h_2 = Kastentiefe unter $y = 0$

Bild 5: Schaltung für RA 770



g = Gravitationsbeschleunigung, v_{oy} = Anfangsgeschwindigkeit, y_o = Anfangsposition

$v_y = \int b_y \, dt + v_{oy}$, $y = \int v_y \, dt + y_o$, h_1 = Kastenhöhe über $y=0$, h_2 = Kastentiefe unter $y=0$

Bild 6: Schaltung für RA 800 HYBRID

Potentionmeterliste

Koeffizient	Pot.-Nummer RAT 700 / RA 741 / RA 742	RA 770	RA 800 H	Wert	Bemerkung
g	1	00	00	0,1. 0,5	konstante Gravitationsbeschleunigung
d	2	01	06	0. 0,2	Dämpfung
v_{oy}	5	05	04	-0,5. . . +0,5	Anfangsgeschwindigkeit des Balls in y-Richtung
y_o	10	15	05	-1,0. . . +1,0	Anfangsposition (Achtung $h_2 \leq y_o \leq h_1$)
h_1	6	06	02	0,5. 1,0	Kastenhöhe über $y = 0$
h_2	7	16	01	-(0,5. . . 1,0)	Kastentiefe unter $y = 0$
c/m	8; 9	03; 04	10; 20	0,5	Federkonstante c pro Masse m bei elastischem Stoß
v_{ox}	18	22	30	0,2. 0,8	Anfangsgeschwindigkeit des Balls in x-Richtung
ω	11; 16	-	-	0,5	Frequenz des Sinus-Cosinus-Generators
a	4	30	33	0,002	Anfachung für Sinus-Cosinus-Generator
r_x	13	31	38	0,1	Radius des Balls
r_y	12	32	39	0,1	

Betriebsart : Repetierend Rechnen

$T_{rep} \approx 30$ sec.